

DRŽAVNO NATJECANJE IZ OSNOVA ELEKTROTEHNIKE I MJERENJA U
ELEKTROTEHNICI 2016. GODINA

ZADATCI ZA TEORIJSKI DIO NATJECANJA - RJEŠENJA

Naputak za natjecatelje:

1. Raspoloživo vrijeme za rad je 100 minuta.
2. Rješenja upisati u za to predviđenu tablicu kemijskom olovkom. Upisani rezultati moraju proizlaziti iz priloženog postupka izrade, u suprotnom učenik za taj dio dobiva 0 bodova.
3. Dopuštena je uporaba kalkulatora.
4. Dopuštena je uporaba udžbenika odobrenih od Ministarstva znanosti, obrazovanja i sporta.
5. Nije dopuštena uporaba zbirki zadataka.
6. Nije dopuštena uporaba mobitela.
7. Pažljivo čitajte zadatke!

S R E T N O !

Mogući broj bodova: 50

Učinak:

Potpis članova prosudbenog povjerenstva :

1. _____

2. _____

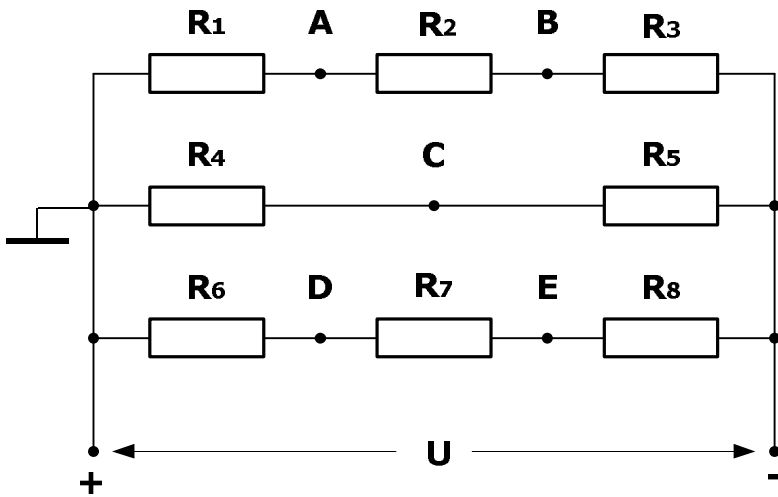
3. _____

Zadar, 28. travnja 2016.

1.ZADATAK

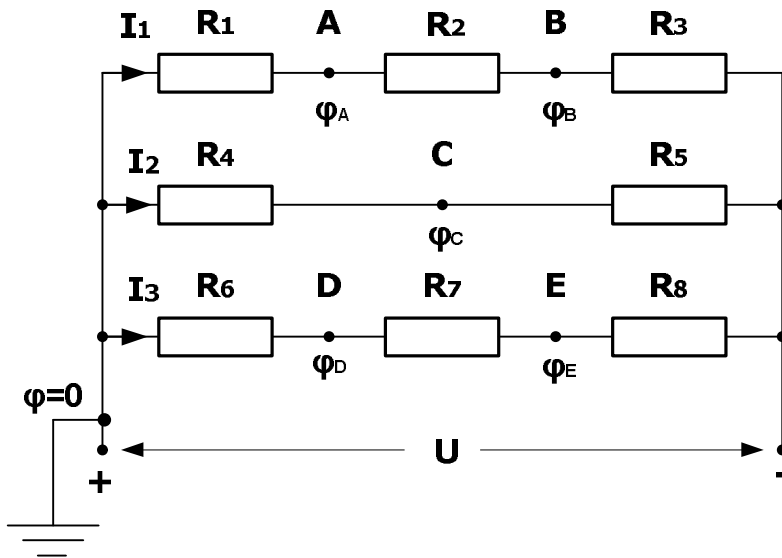
U spoju odredi iznose napona U_{AC} , U_{EB} , U_{CD} , ako je zadano:

$U=270\text{ V}$; $R_1=20\ \Omega$; $R_2=30\ \Omega$; $R_3=40\ \Omega$; $R_4=50\ \Omega$; $R_5=60\ \Omega$; $R_6=70\ \Omega$;
 $R_7=80\ \Omega$; $R_8 = 10\ \Omega$



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
$U_{AC} =$	62,723 V	2	
$U_{EB} =$	-103,125 V	2	
$U_{CD} =$	-4,602 V	2	
UKUPNO BODOVA		6	

RJEŠENJE



Uzemljimo + stezaljku izvora, tako da je na potencijalu nula i računamo potencijale zadanih točaka u odnosu na uzemljenu točku pomoću Ohmovog zakona (padove napona) prema na slici označenim smjerovima struja.

Nakon toga računamo tražene napone kao razlike potencijala.

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{270}{20 + 30 + 40} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_4 + R_5} = \frac{270}{50 + 60} = 2,4545 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{270}{70 + 80 + 10} = 1,6875$$

$$\varphi_A = - I_1 * R_1 = -3 * 20 = -60 \text{ V}$$

$$\varphi_B = - I_1 * (R_1 + R_2) = -3 * (20 + 30) = -150 \text{ V}$$

$$\varphi_C = - I_2 * R_4 = -2,4545 * 50 = -122,727 \text{ V}$$

$$\varphi_D = - I_3 * R_6 = -1,6875 * 70 = -118,125 \text{ V}$$

$$\varphi_E = - I_3 * (R_6 + R_7) = -1,6875 * (70 + 80) = -253,125 \text{ V}$$

$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C = -60 - (-122,727) = 62,727 \text{ V}$$

Točka A je na višem potencijalu (+) u odnosu na točku C (-).

(2 BODA)

$$U_{EB} = \varphi_E - \varphi_B = -253,125 - (-150) = -103,125 \text{ V}$$

Točka E je na nižem potencijalu (-) u odnosu na točku B (+).

(2 BODA)

$$U_{CD} = \varphi_C - \varphi_D = -122,727 - (-118,125) = -4,602 \text{ V}$$

Točka C je na nižem potencijalu (-) u odnosu na točku D (+).

(2 BODA)

.....
Zadatak možemo riješiti i:

$$U_{AC} - I_2 * R_4 + I_1 * R_1 = 0$$

$$U_{EB} - I_3 * R_8 + I_1 * R_3 = 0$$

$$U_{CD} - I_3 * R_6 + I_2 * R_4 = 0$$

Struje računamo:

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{270}{20 + 30 + 40} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_4 + R_5} = \frac{270}{50 + 60} = 2,4545 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_6 + R_7 + R_8} = \frac{270}{70 + 80 + 10} = 1,6875$$

$$U_{AC} = I_2 * R_4 - I_1 * R_1 = 62,725 \text{ V}$$

Točka A je na višem potencijalu (+) u odnosu na točku C (-).

(2 BODA)

$$U_{EB} = I_3 * R_8 - I_1 * R_3 = -103,125 \text{ V}$$

Točka E je na nižem potencijalu (-) u odnosu na točku B (+).

(2 BODA)

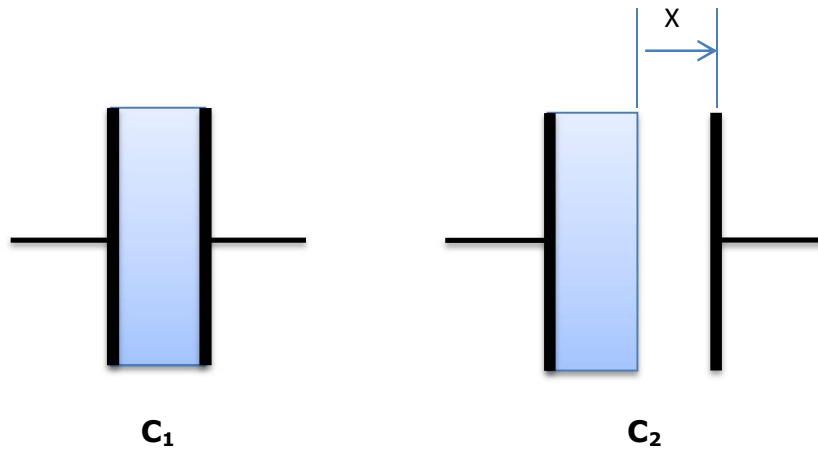
$$U_{CD} = I_3 * R_6 - I_2 * R_4 = -4,6 \text{ V}$$

Točka C je na nižem potencijalu (-) u odnosu na točku D (+).

(2 BODA)

2.ZADATAK

Između ploča kondenzatora $C_1 = 2 \text{ nF}$ nalazi se dielektrik debljine $d=5 \text{ mm}$, relativne dielektrične konstante $\epsilon_r = 12$. Jedna ploča kondenzatora je pomična i možemo naćiniti po volji zračni raspor širine x . Koliki treba biti zračni raspor x da bi novi kapacitet kondenzatora C_2 bio 1.8 nF ?



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
Raspor $x=$	0,46 mm	4	
UKUPNO BODOVA		4	

RJEŠENJE

Površina ploča kondenzatora:

$$S = \frac{d \cdot C}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 12} = 9.4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{(1 BOD)}$$

Kondenzator C_2 je serijski spoj C_1 i nepoznatog kondenzatora C_x

$$C_2 = \frac{C_1 \cdot C_x}{C_1 + C_x} \text{ odakle slijedi } C_x = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 - C_2}$$

$$C_x = \frac{2 \cdot 1.8}{2 - 1.8} = 18 \text{ nF} \quad \text{(2 BODA)}$$

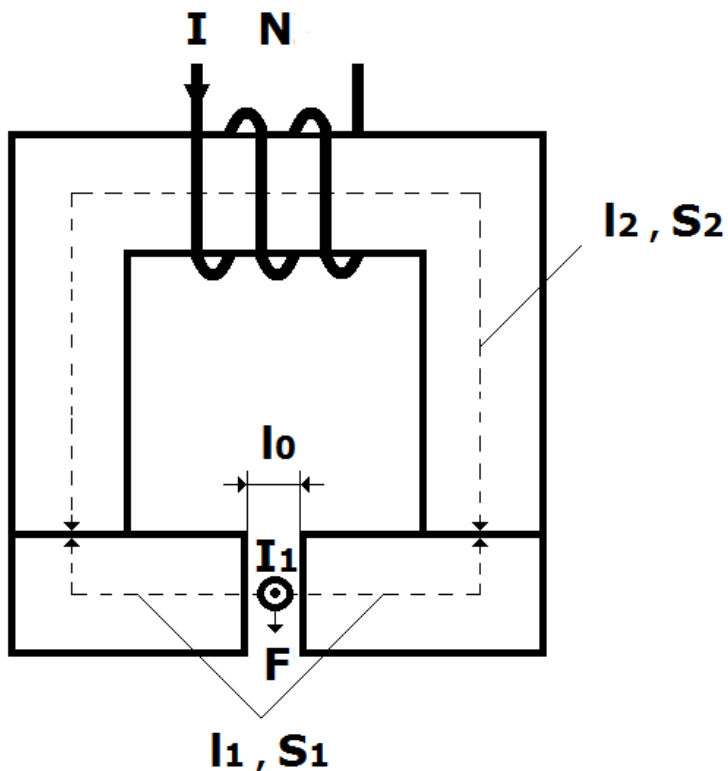
Širina zračnog raspora x iznosi

$$x = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{C_x} = \frac{8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 9.4 \cdot 10^{-2}}{1.8 \times 10^{-9}}$$

$$x = 46,24 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 0.46 \text{ mm} \quad \text{(1 BOD)}$$

3.ZADATAK

Na slici je elektromagnet čije su duljine srednjih linija $l_1=10$ cm, $l_2=20$ cm i $l_0=0,2$ mm. Površine poprečnog presjeka elektromagneta su $S_1=4$ cm² i $S_2=8$ cm² i kvadratnog su oblika. Jezgra je napravljena od materijala čija se HB karakteristika može prikazati funkcijom $H(B)=10^3 \cdot B^2$ (A/m). Odredite struju I kroz svitak elektromagneta ako je broj namotaja $N=400$, tako da sila na vodič u zračnom rasporu okomitom na magnetske silnice kroz koji teče struja $I_1=1$ A bude $F=16 \cdot 10^{-3}$ N. Povećanje površine u zračnom rasporu zanemarite.



RJEŠENJA		MOGUĆI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT	BODOVI	
$I=$	0,558 A	8	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

Sila u zračnom rasporu je:

$$F = I_1 * l * B_0$$

Duljina vodiča u zračnom rasporu izračuna se iz površine jezgre S_1 koja je kvadratičnog oblika

$$S_1 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{4} = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m} \quad (1 \text{ BOD})$$

$$B_0 = \frac{F}{I_1 * l} = 0,8 \text{ T} \quad (1 \text{ BOD})$$

Magnetski tok $\Phi = B * S$ je u čitavom magnetskom krugu isti \rightarrow

$$B_0 * S_0 = B_1 * S_1 = B_2 * S_2 \rightarrow B_0 = B_1 = 0,8 \text{ T} \rightarrow B_2 = 0,4 \text{ T} \quad (1 \text{ BOD})$$

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = 636619,77 \text{ A/m} \quad (1 \text{ BOD})$$

$$H_1 = 10^3 * B_1^2 = 640 \text{ A/m} \quad (1 \text{ BOD})$$

$$H_2 = 10^3 * B_2^2 = 160 \text{ A/m} \quad (1 \text{ BOD})$$

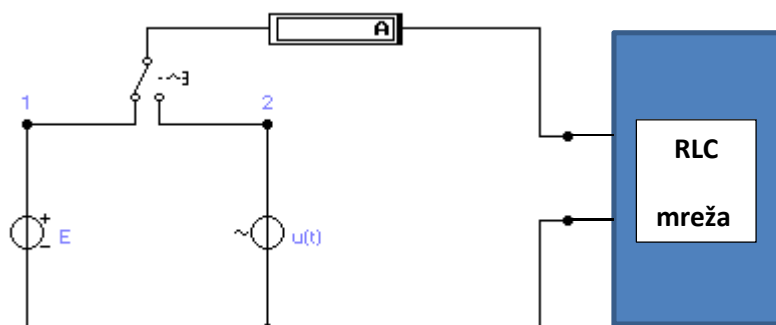
$$N * I = H_0 * l_0 + H_1 * l_1 + H_2 * l_2 \rightarrow \underline{I = 0,558 \text{ A}} \quad (2 \text{ BODA})$$

4.ZADATAK

Idealni otpornik, zavojnica i kondenzator, koji na 50 Hz imaju jednaki iznos impedancije, čine mrežu nepoznate konfiguracije. Potrebno je odrediti kako su te tri komponente spojene. U tu svrhu načinimo mjerenja prema slici, iz kojih zaključujemo: kad je sklopka u položaju 1 idealni ampermetar mjeri $I_{A1} = 2 \text{ A}$, a kad je u položaju 2, struja ampermetra $I_{A2} < I_{A1}$. Zadano: $E = 100 \text{ V}$, $u(t) = 141\sin 314t \text{ V}$.

Potrebno je :

- nacrtati kako su spojeni elementi mreže
- odrediti iznos otpora R , induktiviteta L i kapaciteta C
- odrediti iznos struje I_{A2} i njezin fazni pomak u odnosu na napon napajanja
- nacrtati fazorski dijagram svih struja i napona kad je sklopka u položaju 2.

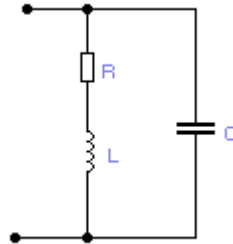


RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
Shema RLC	-	2	
$R =$	50Ω	1	
$L =$	159mH	1	
$C =$	63.69μF	1	
$I_{A2} / \text{kut } \varphi$	1.41A/45°	3	
Fazorski dijagram	-	2	
UKUPNO BODOVA		10	

RJEŠENJE

a) Jedini RLC spoj koji zadovoljava postavljene uvjete

(I_{A1} ima konačnu vrijednost i $I_{A2} < I_{A1}$) :



(2 BODA)

b)

$$R = X_L = X_C = \frac{E}{I_{A1}} = \frac{100}{2} = 50 \, \Omega \quad (1 \text{ BOD})$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{50}{314} = 159 \text{ mH} \quad (1 \text{ BOD})$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 50} = 63.69 \, \mu\text{F} \quad (1 \text{ BOD})$$

c)

$$\underline{Z} = \frac{(R + jX_L) \cdot (-jX_C)}{R + jX_L + (-jX_C)} = \frac{(50 + j50) \cdot (-j50)}{50 + j50 + (-j50)} = 50 - j50 \, \Omega = 70.71 \angle -45^\circ \, \Omega$$

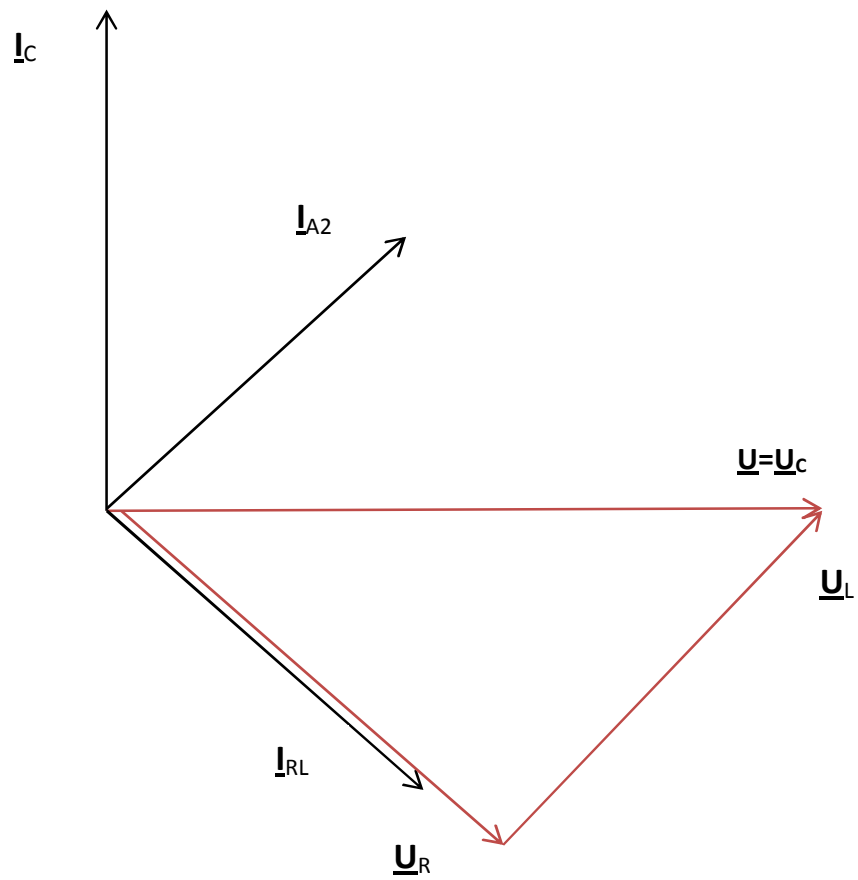
(2 BODA)

$$\underline{I}_{A2} = \underline{U} / \underline{Z} = \frac{\frac{141}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ}{70.71 \angle -45^\circ} = 1.41 \angle 45^\circ \text{ A}$$

(1 BOD)

$$\mathbf{d) } \underline{I}_{RL} = \frac{\frac{141}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ}{70.71 \angle 45^\circ} = 1.41 \angle -45^\circ \text{ A}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\frac{141}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ}{50 \angle -90^\circ} = 2.0 \angle 90^\circ \text{ A}$$



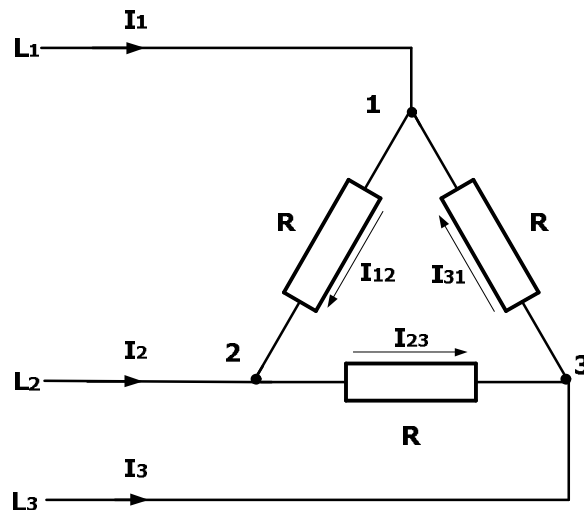
(2 BODA)

5.ZADATAK

U trofaznu mrežu linijskog napona $U_L = 100\text{ V}$ priključena su tri grijača jednakih otpora spojena u trokut. Otpor svakog grijača $R = 10\ \Omega$.

Izračunaj :

- Iznos fazne i linijske struje
- Iznose fazne I_{23} i linijske struje I_{L3} ako je trošilo između točaka 1 i 2 isključeno
- Iznos fazne struje I_{23} ako je uključeno samo trošilo između točaka 2 i 3
- Iznose fazne I_{12} i linijske struje I_{L1} ako je nastupio prekid linijskog voda L_2



RJEŠENJA		MOGUĆI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT	BODOVI	
a) I_F	10A	1	
I_L	17.3A	1	
b) I_{23}	10A	1	
I_{L3}	17.3A	2	
c) I_{23}	10A	1	
d) I_{L1}	15A	1	
I_{12}	5A	1	
UKUPNO BODOVA		8	

RJEŠENJE

a) $U_L = 100 \text{ V} = U_F$
 $I_F = U_F/R = 10 \text{ A}$ (1 BOD)
 $I_L = I_F \cdot \sqrt{3} = 17,3 \text{ A}$ (1 BOD)

b) Prekid između točaka 1 i 2

fazne struje

$I_{12} = I_{F1} = 0 \text{ A}$
 $I_{23} = I_{F2} = 10 \text{ A}$ (1 BOD)
 $I_{31} = I_{F3} = 10 \text{ A}$

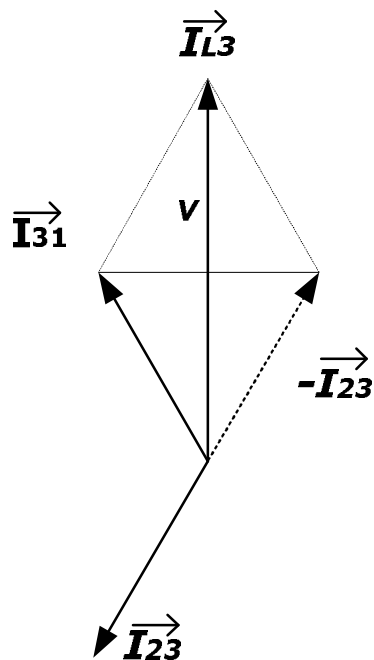
linijske struje

$I_{L1} = I_{13} = 10 \text{ A}$
 $I_{L2} = I_{23} = 10 \text{ A}$

Vektorski: $\vec{I}_{L3} = \vec{I}_{31} - \vec{I}_{23}$

Računski: $I_{L3} = 2 \cdot v_{\Delta} = 2 \cdot I_F \cdot \sqrt{3}/2 = 10 \cdot \sqrt{3} = 17,3 \text{ A}$ (2 BODA)

Vektorski dijagram za izračun I_{L3} :



Iz slike se vidi da se dobije paralelogram gdje linijska struja I_3 odgovara vrijednosti dvostruke visine u jednakokraknom trokutu krakova jednakih faznim strujama.

c) $I_{L1} = I_{12} = 0 \text{ A}$
 $I_{L2} = I_{23} = 10 \text{ A}$ (1 BOD)
 $I_{L3} = I_{23} = 10 \text{ A}$
 $I_{31} = 0 \text{ A}$

d) $I_{L2} = 0 \text{ A}$
 $I_{L1} = I_{L3} = U/R_{uk}$
 $R_{uk} = ((R+R)*R)/(R+R+R) = 200/30 = 6,666 \Omega$
 $I_{L1} = I_{L3} = 100/6,666 = 15 \text{ A}$ (1 BOD)
 $I_{12} = I_{23} = U_F/2R = 100/20 = 5 \text{ A}$ (1 BOD)
 $I_{31} = U_f/R = 100/10 = 10 \text{ A}$

6.ZADATAK

Za mrežu prema slici poznati su: $R_1=300 \Omega$, $R_2=100 \Omega$, $R_3=330 \Omega$ i $E_3=10 \text{ V}$.
 Kada su sklopke S_1 i S_2 otvorene, struja koju pokazuje ampermetar $I_{Aa}=1 \text{ A}$.
 Kada je sklopka S_1 zatvorena, a sklopka S_2 otvorena struja ampermetra $I_{Ab}=2 \text{ A}$.
 Odredite struju ampermetra I_{Ac} kada je sklopka S_1 otvorena, a sklopka S_2 zatvorena.

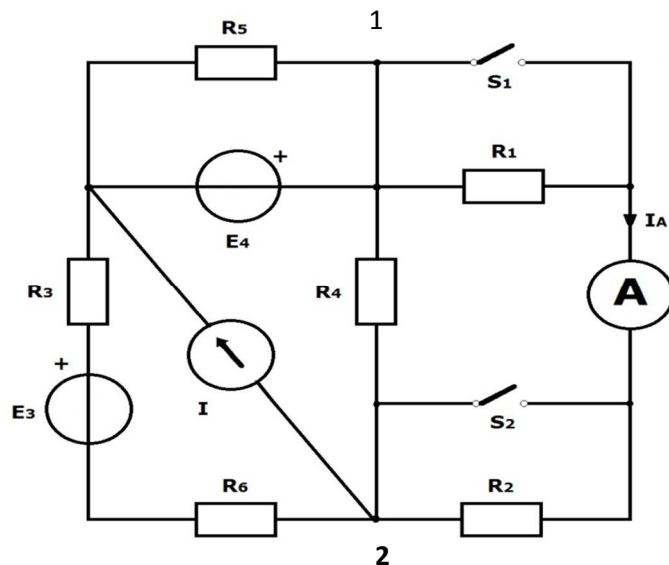
Naputak: Dio mreže lijevo od točaka 1 i 2 nadomjestiti Theveninovim izvorom.

$$R_1=300 \Omega$$

$$R_2=100 \Omega$$

$$R_3=330 \Omega$$

$$E_3=10 \text{ V}$$



a) kada su S_1 i S_2 otvorene $I_{Aa}=1 \text{ A}$

b) kada je S_1 zatvorena, a S_2 otvorena $I_{Ab}=2 \text{ A}$

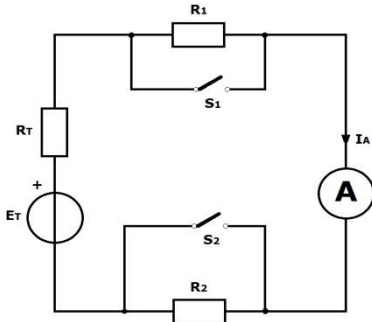
c) kada je S_1 otvorena, a S_2 zatvorena $I_{Ac}=?$

RJEŠENJA		MOGUĆI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT	BODOVI	
$I_{Ac} =$	1,2 A	9	
UKUPNO BODOVA		9	

RJEŠENJE

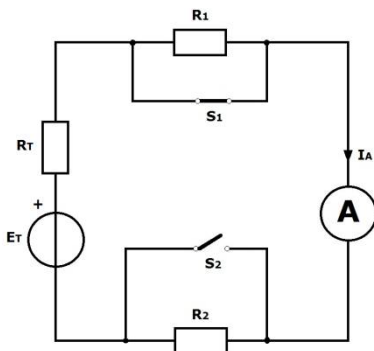
Primjenom Théveninovog teorema vrijedi:

a)



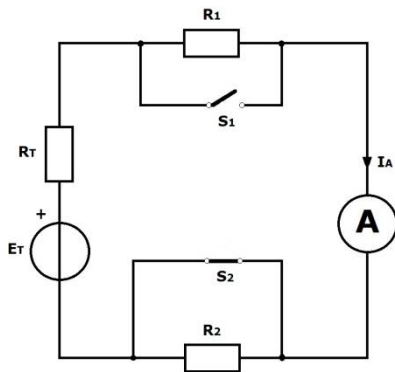
$$I_{Aa} = \frac{E_T}{R_T + R_1 + R_2} = 1 \text{ A} \quad (1 \text{ BOD})$$

b)



$$I_{Ab} = \frac{E_T}{R_T + R_2} = 2 \text{ A} \quad (1 \text{ BOD})$$

c)



$$I_{Ac} = \frac{E_T}{R_T + R_1} \quad (1 \text{ BOD})$$

$$a) E_T = (R_T + R_1 + R_2) * I_{Aa}$$

(1 BOD)

$$b) E_T = (R_T + R_2) * I_{Ab}$$

(1 BOD)

$$E_T = (R_T + 300 + 100) * 1$$

$$E_T = (R_T + 100) * 2$$

$$R_T = 200 \, \Omega$$

(1 BOD)

$$E_T = 600 \, \text{V}$$

(1 BOD)

$$I_{Ac} = \frac{E_T}{R_T + R_1}$$

(1 BOD)

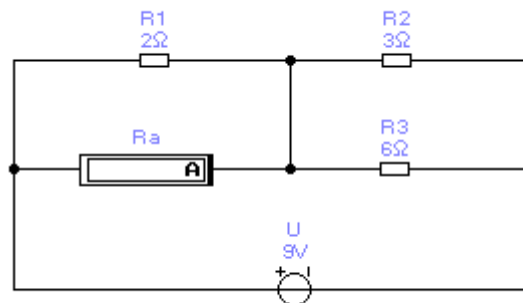
$$I_{Ac} = \frac{600}{200 + 300}$$

$$I_{Ac} = 1,2 \, \text{A}$$

(1 BOD)

7.ZADATAK

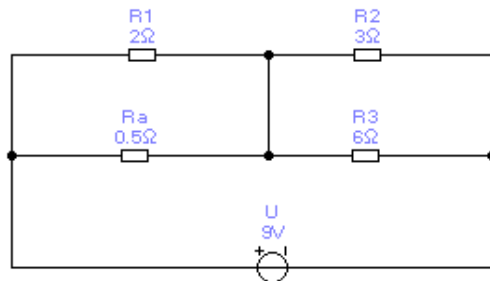
Izračunajte koliku pogrešku u postocima činimo ako u električnoj mreži prema slici zanemarimo unutarnji otpor ampermetra $R_a=0.5 \Omega$ i tretiramo ga kao idealan.



RJEŠENJA		MOGUĆI BODOVI	UČINAK
VELIČINA	REZULTAT		
Stvarna struja $I_{A1} =$	3 A	2	
Idealna struja $I_{A2} =$	4,5 A	2	
Pogreška $p =$	50%	1	
UKUPNO BODOVA		5	

RJEŠENJE

a) Realno stanje



$$R_{1a} = \frac{R_1 \cdot R_a}{R_1 + R_a} = \frac{2 \cdot 0.5}{2 + 0.5} = 0.4 \, \Omega$$

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \, \Omega$$

$$R_{uk} = 2 + 0.4 = 2.4 \, \Omega$$

(1 BOD)

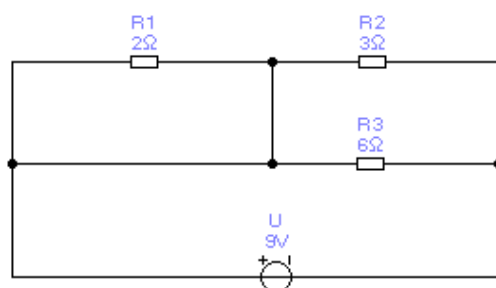
$$I = \frac{U}{R_{uk}} = 3.75 \, \text{A}$$

$$U_{1a} = I R_{1a} = 1.5 \, \text{V}$$

$$I_{a1} = \frac{U_{1a}}{R_a} = \frac{1.5}{0.5} = 3 \, \text{A} \quad (\text{struja ampermetra})$$

(1 BOD)

b) Idealno stanje



$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \, \Omega$$

$$R_{uk} = R_{23} = 2 \, \Omega \quad (R_1 \text{ je kratko spojen})$$

(1 BOD)

$$I' = \frac{U}{R_{uk}} = 4.5 \, \text{A}$$

$$I_{a2} = I' = 4.5 \, \text{A} \quad (\text{struja ampermetra})$$

(1 BOD)

Pogreška:

$$p = \frac{I_{a2} - I_{a1}}{I_{a1}} 100\% = \frac{4.5 - 3}{3} 100\%$$

$$p = 50\%$$

(1 BOD)